UNIVERSIDAD NACIONAL DEL COMAHUE
Centro Regional Universitario Bariloche

PROGRAMA DE CATEDRA: Introducción al Análisis

AÑO ACADEMICO: 2012

CARRERA A LA QUE PERTENECE: Profesorado y Licenciatura en Matemáticas

PLAN DE ESTUDIOS N°: 186 / 98

CARGA HORARIA SEMANAL SEGÚN PLAN DE ESTUDIOS: 8

REGIMEN: Cuatrimestral

CUATRIMESTRE: 1ero.

EQUIPO DE CATEDRA: PROFESOR: Mg. Carolina Biscayart
ASISTENTE DE DOCENCIA: Lic. Natalia Salva

ASIGNATURA CORRELATIVA:
Profesorado en Matemática:
Regular: Cálculo III y Geometría Euclidiana del Plano
Aprobadas: Cálculo II y Geometría Analítica
Licenciatura en Matemática:
Regular: Cálculo III
Aprobadas: Cálculo II y Álgebra lineal

1. FUNDAMENTACION:

Esta asignatura se apoya en la necesidad de que los alumnos completen el estudio de los aspectos topológicos y métricos del conjunto de los números reales, que profundicen la comprensión de los conceptos básicos de continuidad y convergencia brindados en los primeros cursos de Cálculo, y que los trasladen a conjuntos más generales, tales como conjuntos de funciones.

2. OBJETIVOS:

Que los alumnos completen los cursos de análisis de primero y segundo año con una fundamentación matemática adecuada de los conceptos básicos del cálculo infinitesimal.

Que puedan generalizar a otros conjuntos las definiciones, propiedades y operaciones vinculadas a las nociones de distancia, límite, continuidad y convergencia estudiadas sobre conjuntos de números reales.

Que comprendan la diferencia entre estructura métrica y estructura topológica de un conjunto.

Que conozcan las principales técnicas de demostración en el campo del análisis matemático y de la topología.

Que los alumnos puedan dar sentido a la axiomática de los números reales en lo que concierne a su estructura topológica, comparando entre sí las distintas presentaciones equivalentes que aparecen en los textos, y conociendo las distintas definiciones constructivas de las que provienen.

Que sean capaces de comprender ejemplos concretos del funcionamiento de las estructuras métricas y topológicas: se sugieren, por su interés intrínseco y poder integrador, el estudio de los espacios de funciones, sucesiones y series de funciones, generación de fractales como límite de sucesiones.

Que profundicen la definición y propiedades de la integral de Riemann y su generalización como integral de Riemann-Stieljes.

Que puedan dar sentido a la matemática en toda su amplitud, como una ciencia que opera no sólo con números sino también con objetos y con las relaciones entre dichos objetos.

3. CONTENIDOS MÍNIMOS SEGÚN PLAN DE ESTUDIOS:

- Conjuntos. Cardinalidad.
- Números reales. Completitud.
- Sucesiones. Límites superiores e inferiores.
- Topología de la recta. Compactos. Conexos.
- Límite y continuidad de funciones. Propiedades topológicas.
- Integral de Riemann - Stieljes. Funciones de variación acotada.
- Sucesiones y Series de Funciones. Convergencia puntual y uniforme. Teoremas de Waierstrass y Arzelá - Áscoli.

4. CONTENIDO PROGRAMA ANALÍTICO:

1. Conjuntos finitos, infinitos, numerables y no numerables. Productos cartesianos finitos, arbitrarios, numerables.

2. Cuerpos. Cuerpos ordenados. Cuerpos ordenados arquimedianos. Ejemplo: Los números racionales. Cotas, supremo, ínfimo, máximo y mínimo de un conjunto. El principio del supremo. Cuerpo ordenado completo. Los números reales.

3. Espacios métricos. Ejemplos de métricas. La métrica discreta. Espacios normados. Ejemplos. Espacios euclídeos. Ejemplos. Desigualdad de Schwartz. Funciones acotadas. El espacio normado de las funciones acotadas sobre un conjunto. El espacio euclídeo de las funciones continuas sobre un intervalo real. Distancia entre conjuntos. Diámetro de un conjunto. Conjuntos acotados.

4. Nociones elementales de topología en espacios métricos. Bolas abiertas y cerradas, entorno de un punto, conjuntos abiertos y cerrados, interior de un conjunto, puntos de acumulación, clausura de un conjunto , caracterización de abiertos y cerrados, frontera de un conjunto, conjuntos densos. Abiertos y cerrados relativos. Noción de espacio topológico. Ejemplos: Topología discreta, topología trivial. Topología inducida por la métrica.

5. Límite y continuidad. Continuidad uniforme. Homeomorfismos, isometrías. Topologías equivalentes. Métricas equivalentes.

6. Espacios conexos: definiciones equivalentes. Conjuntos conexos. Conjuntos separados. Caracterización de los conexos de R. Propiedades de los conjuntos conexos. Imagen de un conexo por una aplicación continua. Conjuntos arco-conexos. Relación entre conexión y arco conexión. Teorema de Bolzano, corolario. Componentes conexas de un conjunto. Espacios totalmente disconexos. Espacios localmente conexos. Caracterización de los abiertos de **R**.

7. Espacios y conjuntos compactos. Cubrimiento de un conjunto. Subcubrimiento. Espacio compacto. Propiedades de los conjuntos compactos. Caracterización de los compactos de R^n . Convergencia de sucesiones en espacios compactos. Propiedades de las funciones continuas en conjuntos compactos. Teorema de existencia de máximo y mínimo de Bolzano Weirstrass. Teorema de Heine-Cantor.

8. Sucesiones finitas e infinitas. Subsucesiones. Sucesiones convergentes. Relación entre punto límite y punto de acumulación de una sucesión. Convergencia de subsucesiones. Sucesiones de Cauchy. Espacios completos. Subespacios completos. Conjuntos precompactos. Completitud y precompacidad en **R** y $\mathbf{R}^n$. Equivalencia entre **R** como espacio métrico completo y Axioma de completitud más Principio de Arquímedes. Convergencia de sucesiones en espacios funcionales. Espacios métricos no completos..

9. Funciones de variación acotada. Definición y ejemplos. Propiedades. Curvas rectificables. La integral de Riemann-Stieltjes. Definición. Condiciones de existencia y propiedades.

10. Sucesiones y Series de Funciones. Convergencia puntual y uniforme. Convergencia uniforme y continuidad. Convergencia uniforme e integración. Convergencia uniforme y diferenciación. Familias equicontinuas de funciones. Teorema de Stone-Weierstrass. Teorema de Arzelá - Ascoli.

5. BIBLIOGRAFÍA

1. *Topología en Espacios Métricos*, I. Iribarren, Ed. Limusa-Wiley, Méjico, 1973.
2. *Principios de Análisis Matemático*, W. Rudin, McGraw Hill, 1990.
3. *Fundamentos de Análisis Moderno*, Jean Dieudonné, Ed. Reverté, 1966.
4. *Topology, a first course*, James Munkres, Prentice Hall.
5. *Cálculo Infinitesimal.* Michael Spivak, Ed. Reverté.
5. *Análisis Matemático,* Tom M. Apostol, Ed. Reverté, 1960.
6. *Measure and Integral*, R. Wheeden y A. Zygmund, Marcel Dekker, Inc, N.Y. 1977.
7. *Topología General*, John L. Kelly, Eudeba Manuales, 1962.
8. *Números reales. Racionales e irracionales. Una mirada histórica y epistemológica.* Raquel Santinelli. Cuaderno Universitario Nº 34.
10. *Análisis Real: Primer curso.* R. Saénz

6. PROPUESTA METODOLOGICA:

Se darán clases teóricas en las que se enfatizará en igual medida la adquisición de conceptos y de procedimientos, tanto de carácter general como específicos del análisis matemático. Los alumnos trabajarán en base a guías de actividades y problemas diseñadas con el fin de que puedan aplicar dichos contenidos y procedimientos en las clases prácticas.

7. EVALUACIÓN Y CONDICIONES DE ACREDITACION:

La condición de regularización se acreditará con la aprobación de dos evaluaciones parciales durante el cuatrimestre, con opciones de recuperación, las cuales serán aprobadas si se considera el sesenta por ciento de los ejes conceptuales adquiridos. La materia podrá ser promocionada con la aprobación de los parciales con nota no inferior a 8 (ocho).

8. DISTRIBUCIÓN HORARIA:

Las clases se dictarán en cuatro reuniones semanales de 2 horas cada una. Dos de estas reuniones serán de exposición teórica, las otras serán destinadas a práctica. Además habrá un espacio de consulta a cargo del asistente que se habilitará de común acuerdo con los alumnos o después de la teoría con el docente.

9. CRONOGRAMA TENTATIVO:

Se estiman 16 semanas para el desarrollo del programa, y de dos a tres reuniones semanales para completar cada unidad. Las primera evaluación parcial se realizará al finalizar la cuarta unidad y la segunda evaluación al finalizar la octava.

Carolina Biscayart

PROFESOR
(firma y aclaración)

C. Biscayart

CONFORMIDAD DEL DEPARTAMENTO
(firma y aclaración)

CONFORMIDAD DEL CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO BARILOCHE
(firma y aclaración)

Prof. Marisa N. Fernandez
Secretaria Académica
Centro Regional Universitario Bariloche
Universidad Nacional del Comahue