



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL COMAHUE  
Centro Regional Universitario Bariloche

PROGRAMA DE CATEDRA: **MATEMÁTICA 2**

AÑO ACADEMICO: **2014**

CARRERA A LA QUE PERTENECE: **Licenciatura en Ciencias Biológicas**

PLAN DE ESTUDIOS Nº: **094/85** Modificatorias **883/93, 877/01 y 1249/13**

CARGA HORARIA SEMANAL SEGÚN PLAN DE ESTUDIOS: **8**

REGIMEN: **Cuatrimestral**

CUATRIMESTRE: **Primero**

EQUIPO DE CATEDRA:

Mg Mónica de Torres Curth

Lic. Gabriela Pfister

CARGO:

Profesora Adjunta

Jefe de Trabajos Prácticos

ASIGNATURA CORRELATIVA: **Matemática 1**

---

#### **FUNDAMENTACION:**

El acceso a la literatura ecológica contemporánea requiere de una cantidad de conocimientos matemáticos cada vez más importante. Por ejemplo, la teoría de matrices permite el manejo de gran cantidad de datos y es esencial, no sólo para su uso en el análisis de problemas ecológicos (por ejemplo la dinámica de poblaciones) sino también para diversos métodos estadísticos. El estudio de los temas incluidos en el programa deberán proveer los elementos de álgebra y análisis matemático, necesarios para la interpretación y resolución de problemas estadísticos multivariados, problemas ecológicos complejos y aplicaciones físicas.

#### **OBJETIVOS:**

El objetivo general del desarrollo de las unidades de este programa es ofrecer a los estudiantes de la Licenciatura en Ciencias Biológicas un panorama más o menos completo de la Teoría de Matrices y de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, orientando al análisis y comprensión de modelos matemáticos en biología, sus características, su uso y los objetivos del modelado matemático.

Dentro del desarrollo del programa se persiguen los siguientes objetivos específicos que corresponden a las unidades 1, 2 y 3 el primero, y 4, 5 y 6, el segundo:

- Introducir a los estudiantes en la teoría de matrices brindándoles con ello base para la elaboración y comprensión de modelos de aplicación a la biología, tanto como para el estudio de otras materias que cursarán posteriormente donde el álgebra matricial constituye una importante herramienta de trabajo
- Presentar los conceptos básicos de la teoría de ecuaciones diferenciales ordinarias para su uso como herramienta para el modelado de sistemas dinámicos especialmente en biología.

#### **CONTENIDOS SEGÚN PLAN DE ESTUDIOS:**

- Ecuaciones diferenciales ordinarias: Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer y segundo orden: aplicaciones a problemas biológicos.
- Funciones de varias variables: Nociones elementales. Derivadas parciales. Máximos y Mínimos. Nociones sobre integrales múltiples. Método de cuadrados mínimos. Ecuaciones diferenciales parciales. Aplicaciones a problemas biológicos.

- Álgebra matricial: álgebra básica de matrices. Sistemas de ecuaciones lineales. Autovalores. Aplicaciones a problemas biológicos.
- Álgebra vectorial: vectores, operaciones entre vectores. Noción de tensores.

### **CONTENIDO PROGRAMA ANALÍTICO: (\*)**

#### **Unidad 1: Matrices.**

Introducción. Matrices sobre  $\mathbb{R}$ . Vectores en  $\mathbb{R}^n$ . Interpretación geométrica. Dependencia e Independencia Lineal. Notación vectorial de matrices. Matrices particionadas. Matrices particulares. Determinante de una matriz cuadrada. Inversa de una matriz. Matrices regulares. Rango. Matrices elementales. Matrices equivalentes. Método de operaciones elementales para hallar la inversa de una matriz. Algunas nociones en Teoría de Grafos y Matrices. Grafos dirigidos. Matrices primitivas.

#### **Unidad 2: Sistemas de ecuaciones lineales.**

Introducción. Conjunto solución. Teorema de Cramer. Sistemas compatibles e incompatibles. Sistemas equivalentes. Teorema de Rouche-Frobenius. Análisis de casos de sistemas compatibles. Método de resolución de sistemas (de Gauss-Jordan).

#### **Unidad 3: Autovalores y autovectores de una matriz.**

Autovalor. Autovector. Polinomio característico. Procedimiento para calcular autovalores y autovectores de una matriz. Interpretación geométrica.

#### **Unidad 4: Modelos Matriciales en dinámica de poblaciones.**

Modelos matriciales en dinámica de poblaciones. Supuestos: proyección versus predicción. Formulación básica del problema. Representación gráfica de la dinámica de la población. Formulación matricial del problema. Teorema de Perron-Frobenius. Comportamiento asintótico de la población

#### **Unidad 4: Ecuaciones diferenciales.**

Modelos matemáticos discretos y continuos. Ecuaciones diferenciales. Definición. Clasificación. Orden de una ecuación diferencial. Soluciones generales y soluciones particulares. Interpretación geométrica. Campo direccional. Curvas integrales. El problema inverso. Ecuaciones diferenciales a variables separables. Sustituciones. Factor integrante. Ecuaciones diferenciales lineales ordinarias de primer y segundo orden. Resolución de ecuaciones diferenciales.

#### **Unidad 5: Ecuaciones diferenciales en las ciencias biológicas.**

Modelos matemáticos en la descripción de procesos dinámicos. Aplicaciones a las ciencias biológicas. Modelos de crecimiento poblacional: modelo lineal, crecimiento exponencial, modelo logístico. Interpretación. Gráficos. Comparación de los modelos. Resolución de las ecuaciones diferenciales planteadas en los modelos. Modelos de difusión de epidemias.

#### **Unidad 6: Sistemas de ecuaciones diferenciales. Modelos.**

Sistemas de ecuaciones diferenciales. Métodos de resolución de sistemas. Nociones de estabilidad de equilibrios. Estabilidad y linearización. Diagramas de fases y trayectorias. Modelos de interacción entre especies: competencia, depredación, simbiosis. Gráficos e interpretación de los resultados

### **BIBLIOGRAFÍA BÁSICA Y DE CONSULTA:**

- BELLMAN, R., (1965). Introducción al análisis matricial. Editorial Revertè S. A.
- BELTRAMI, E. (1987). Mathematics for Dynamic Modeling. Academic Press, Inc.
- BROWN, D. & ROTHERY, P. (1994). Models in Biology. Wiley.
- CASWELL, H. (1989). Matrix Populations Models. Construction, Analysis and Interpretation. Sinauer Associates Inc. Sunderland. USA.
- DE TORRES CURTH, M. & MONTORO, V. (1994). Teoría de Matrices. Aplicaciones a la Biología. Cuaderno Universitario N° 21. CRUB. Universidad Nacional del Comahue.
- DI PASQUALE, C. (1999) Ecuaciones Diferenciales y aplicaciones. Cuaderno Universitario N° 35. CRUB. Universidad Nacional del Comahue.
- EASON, G., COLES, C. W. & GETTINBY, G. (1980). Mathematics and Statistics for the Biosciences. Ellis Horwood Series in Mathematics and its Applications.
- EDELSTEINKESHET, L. (1988). Mathematical Models in Biology. Birkhäuser Mathematics Series. Mc GrawHill, Inc.
- EDWARDS, C.H., Jr & PENNEY, DAVID E. (1994). Ecuaciones Diferenciales Elementales. Y Problemas con Condiciones en la Frontera. Prentice Hall
- GROSSMAN, S. I.(1992). Algebra Lineal con Aplicaciones. McGraw Hill.
- HIRSH, M. W. and SMALE, S. (1974). Differential Equations, Dynamical Systems and Linear Algebra. Academic Press.
- SALAS, S., HILLE, E. and ANDERSON, J. (1986) Calculus, one and several variables. John Wiley & sons.
- SCHWARZENBERGER, R. L. E. (1972). Ecuaciones Diferenciales Elementales. CECSA.
- STRANG G. (1980). *Linear Algebra and its applications*. Academic Press Inc.

### **PROPUESTA METODOLÓGICA:**

El desarrollo de la asignatura se programó integrando dos tipos de actividades: 1) clases teóricas, donde se introducen los conceptos de la teoría a partir de problemas preferentemente relacionados con la biología, y donde se evidencia la necesidad del estudio de estos conceptos, luego se profundiza en la teoría matemática, para mostrar por último, el uso de la teoría desarrollada en problemas específicos, volviendo así a la situación original que planteó la necesidad de conocimiento del tema. Las clases teóricas si bien son de carácter predominantemente expositivo propician un clima participativo donde se busca, a partir de las ideas previas de los estudiantes y mediante la interacción con los mismos, generar el conflicto que hace ver la necesidad de los conceptos que se trabajan. 2) clases prácticas, que se organizan mediante guías de trabajos prácticos, que los alumnos realizan en pequeños grupos, y sobre las cuales se realizan algunos cierres en el pizarrón, generalmente a cargo del jefe de trabajos prácticos. A cada unidad del programa corresponde una guía de trabajos prácticos. Además los alumnos trabajan con dos guías de problemas de aplicación a la biología, una para la teoría de matrices y otra para la teoría de ecuaciones diferenciales, que resumen los conceptos sobresalientes de las unidades correspondientes y los integran en el análisis y construcción de modelos. Las guías de trabajos prácticos de cada unidad constan de dos partes: la primera contiene ejercicios y problemas de índole teórico-práctico que apuntan a la comprensión y estudio de los conceptos y una segunda parte destinada al trabajo en la sala de informática con el software MathCad, que tiene por objeto ofrecer una herramienta para facilitar el trabajo y para reflexionar sobre implicaciones y propiedades de los conceptos trabajados.

### **EVALUACIÓN Y CONDICIONES DE ACREDITACION:**

Durante el cursado de la materia, se tomarán dos exámenes parciales, cada uno de ellos con una instancia recuperatoria El primer examen parcial evalúa las unidades 1 a 3 y el segundo las unidades 4 a 6. Los parciales podrán ser calificados con A (7 a 10) (aprobado con promoción), B (4 a 6) (aprobado sin promoción) o D (3 o menos) (desaprobado). La desaprobación de uno de los parciales y su recuperatorio supone la desaprobación de la cursada de la materia. Para la aprobación de la asignatura por promoción (sin examen final), los alumnos deberán aprobar cada parcial o su recuperatorio con un puntaje no inferior

a 70/100 puntos y presentar en forma oral, la resolución de un problema de aplicación que involucre la teoría de matrices y otro a la teoría de ecuaciones diferenciales. Este trabajo podrá hacerse en forma individual o en grupos de dos alumnos. Podrá ser calificado como suficiente o insuficiente. Un trabajo calificado como insuficiente tendrá un plazo para ser rehecho. Un trabajo dos veces calificado como insuficiente será considerado desaprobado.

**DISTRIBUCIÓN HORARIA:**

La carga horaria de la asignatura (8 horas) se divide en dos partes: 4 horas semanales dedicadas al desarrollo de los trabajos prácticos (Viernes de 8:30 a 12:30), 2 de las cuales se destinan al trabajo en la sala de informática, y 4 horas semanales dedicadas al desarrollo de clases teóricas (Miércoles de 14 a 18) . Se ofrecerán clases de consulta en horario a determinar, una vez por semana.

**CRONOGRAMA TENTATIVO:**

Agosto– Septiembre: Módulo 1: Teoría de Matrices. Unidades 1 a 4.

Octubre– NOviembre: Módulo 2: Teoría de Ecuaciones Diferenciales. Unidades 5 a 8.

**Fechas tentativas de parciales**

**Primer Parcial:** 10 de octubre

**Segundo Parcial:** 14 de noviembre

**Presentación oral de los problemas de aplicación** (sólo para alumnos que hayan promocionado los dos parciales): 21 de noviembre

(\*) En relación a los contenidos desarrollados en este programa y su diferencia con los contenidos mínimos de la materia, cabe aclarar que los contenidos referidos a funciones de varias variables se incluyen en el programa de Matemática 1, materia cuya aprobación es requisito para el cursado de Matemática 2. Este cambio obedece a dos razones. Por una parte se incluye en este programa el dictado de una unidad relacionada con los sistemas de ecuaciones diferenciales, tema crucial en el modelado de la dinámica de la interacción en ecología, lo cual demanda más tiempo de trabajo, y por otra, las nociones de funciones de varias variables pueden trabajarse en forma más adecuada en Matemática 1 como una extensión natural del análisis para funciones univariadas.

  
**PROFESOR**  
Mónica de Torres Curth

  
**CONFORMIDAD DEL DEPARTAMENTO**

CONFORMIDAD DEL CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO BARILOCHE

  
Lic. MARIÁN SANCHEZ  
Secretario Académico  
Centro Regional Universitario Bariloche  
Universidad Nacional del Comahue