

DEPARTAMENTO:

Matemática



## UNIVERSIDAD NACIONAL DEL COMAHUE

Centro Regional Universitario Bariloche

**ASIGNATURA: ÁLGEBRA I**

DEPARTAMENTO: MATEMÁTICA

ÁREA: ALGEBRA

ORIENTACIÓN: NO POSEE

CARRERA/S: PROFESORADO EN MATEMÁTICA – LICENCIATURA EN MATEMÁTICA

PLAN/ES DE ESTUDIOS – ORD.Nº: 186/98,707/00,861/01 - 187/98 y 290/09

CARGA HORARIA SEMANAL: 10 HS.

RÉGIMEN: CUATRIMESTRAL

CUATRIMESTRE: PRIMERO

OBLIGATORIA

EQUIPO DE CATEDRA:

Apellido y Nombres

Cargo.

MARIA TERESA JUAN

ASD- EC

MARIA DE LA TRINIDAD QUIJANO

AYP

ASIGNATURAS CORRELATIVAS (*S/Plan de Estudios*):

- PARA CURSAR: NO POSEE
- PARA RENDIR EXAMEN FINAL: NO POSEE

### 1. FUNDAMENTACION:

Esta asignatura tiene como eje central el estudio de los conjuntos numéricos, comenzaremos entonces indagación acerca de cuales son las ideas presentes en los estudiantes respecto de distintos aspectos de los conjuntos numéricos que conocen.

Abordaremos inmediatamente el estudio de elementos de lógica proposicional y de teoría intuitiva de conjuntos que serán la base del lenguaje y del método algebraico. Luego se estudiarán los conceptos básicos de relaciones y funciones, los que además de estar presentes en todas las unidades, permitirán llegar al concepto de operación y de estructura algebraica, que serán los que presidan el estudio de los distintos conjuntos numéricos. Éstos, sus operaciones usuales y las propiedades que las rigen son de gran importancia en el desarrollo de la matemática en general y en todo el saber humano.

Con respecto a los conjuntos numéricos, se comenzará por introducir el conjunto de los números reales ( $\mathbb{R}$ ), en forma axiomática y según su estructura de cuerpo ordenado, para ir construyendo sus propiedades específicas desde esta perspectiva. Se le propondrá a los alumnos redescubrir la teoría de  $\mathbb{R}$  desde el punto de vista formal e integrador del álgebra actual. Luego se pondrá énfasis en los subconjuntos más notables de  $\mathbb{R}$ , como son los números naturales ( $\mathbb{N}$ ), los números enteros ( $\mathbb{Z}$ ) y los números racionales ( $\mathbb{Q}$ ). Se dará especial atención a la aritmética ya que ésta brinda un campo muy vasto de experimentación y trabajo a los alumnos, permitiéndoles con conceptos muy simples trabajar en profundidad procedimientos propios de la matemática.

La estructura de anillo estudiada en el conjunto de los números enteros permitirá introducir y formalizar el estudio de los polinomios a coeficientes reales, conceptos de indudable belleza matemática y de múltiples aplicaciones. El descubrir que los números reales no son suficientes para desarrollar la teoría de las raíces de un polinomio y con el sustento de la axiomatización del conjunto de números reales, llevará a introducir el cuerpo de números complejos, a fin de estudiar, no sólo, sus propiedades algebraicas sino algunas geométricas como así también completar el estudio de la factorización de polinomios según sus raíces

Con todo esto los alumnos contarán con una visión global del campo del álgebra y tendrán la base para explorar en los múltiples temas que hacen al álgebra y a la matemática en general.

## **2. OBJETIVOS- PROPOSITOS:**

- Desarrollar el pensamiento lógico.
- Adquirir lenguaje algebraico.
- Conocer con profundidad los conjuntos numéricos y sus estructuras algebraicas.
- Adquirir un marco teórico sólido que respalde los contenidos elementales que enseñará en el nivel medio.
- Conocer el Anillo de polinomios sobre el conjunto de números reales, comparar los distintos conceptos con sus análogos en el anillo de los enteros.
- Adquirir un marco teórico sólido que respalde sus futuros estudios matemáticos.
- Adquirir una actitud creativa y razonadora frente a los problemas matemáticos.

## **3. CONTENIDOS SEGÚN PLAN DE ESTUDIOS:**

Lógica Proposicional. Conjuntos. Relaciones. Funciones. Números naturales. Números enteros. Números racionales. Números Reales. Anillo de polinomios sobre  $\mathbb{R}$ . Números complejos.

## **4. CONTENIDO PROGRAMA ANALÍTICO:**

### **UNIDAD I: ELEM. DE LÓGICA PROPOSICIONAL. CONJUNTOS.**

Ventajas del lenguaje simbólico. Símbolos. Conectivos lógicos. Operaciones lógicas: negación, conjunción, disyunción, implicación, doble implicación, disyunción excluyente. Condición necesaria y suficiente. Ley lógica. Implicaciones asociadas. Razonamiento deductivo válido. Demostración. Contraejemplos. Teoremas: demostración indirecta, directa y por el absurdo. Funciones proposicionales, su cuantificación. Conjuntos: Concepto de conjunto. Maneras de definir un conjunto. Pertenencia. Inclusión. Propiedades. Conjuntos especiales. Igualdad entre conjuntos. Relación con la lógica proposicional. Operaciones con conjuntos. Conjunto de partes..

### **UNIDAD II: RELACIONES. FUNCIONES. OPERACIONES**

Par ordenado, igualdad de pares ordenados. Producto cartesiano entre conjuntos: definición, representación, propiedades. Relaciones: definición, gráfico, dominio e imagen, propiedades, relación inversa. Relaciones de equivalencia. Funciones: definición, ejemplos, notaciones, dominio, codominio, restricción y ampliación de funciones, imagen de un subconjunto del dominio, funciones inyectivas, suryectivas y biyectivas, composición de funciones, función identidad, función inversa, función inversa y biyectividad. Operaciones. Monoides. Asociatividad, neutro, inversos. Conmutatividad. Semigrupo. Semigrupo Aplic ( $X$ ). Grupos. Ejemplos

### **UNIDAD III: NÚMEROS REALES (R)**

Definición axiomática del conjunto de los números reales: axiomas de cuerpo, propiedades de la igualdad, axiomas de orden. Teoremas. Representación en la recta real. Valor absoluto en  $\mathbb{R}$ : definición y teoremas.

### **UNIDAD IV: NÚMEROS NATURALES:**

Definición del conjunto de números naturales ( $\mathbb{N}$ ) como conjunto inductivo: conjunto inductivo, propiedades. Principio de inducción, criterio de demostración por inducción, teoremas. Principio de buena ordenación: primer elemento, conjunto bien ordenado, teoremas: "Todo subconjunto finito de  $\mathbb{R}$ , es bien ordenado"; " $\mathbb{N}$  es bien ordenado". Variantes del principio de inducción. Definiciones inductivas: potencia de números reales de exponente natural, la función factorial: propiedades, números combinatorios, fórmula del binomio de Newton. Principio general de la enumeración. Intervalo natural inicial. Conjuntos finitos e infinitos, conjuntos numerables y no numerables. Variaciones con repetición de  $n$  elementos de orden  $k$ , (Función de  $k$  en  $n$ ). Variaciones simples de  $n$  elementos de orden  $k$ , (Funciones inyectivas de  $k$  en  $n$ ). Permutaciones de  $n$  elementos, (Funciones biyectivas de  $n$  en  $n$ ). Combinaciones de  $n$  elementos tomados de  $k$ , (Funciones estrictamente crecientes de  $k$  en  $n$ ). Permutaciones con repetición. Combinatoria con elementos indistinguibles.

#### **UNIDAD V: NÚMEROS ENTEROS**

Definición de  $\mathbb{Z}$ , propiedades. Divisibilidad en  $\mathbb{Z}$ : definición, números primos, números pares, teoremas, existencia del algoritmo de división en  $\mathbb{Z}$ , máximo común divisor, existencia y unicidad del m.c.d., generalización del m.c.d, números coprimos, teoremas, mínimo común múltiplo, teoremas, relación del m.c.d. con el m.c.m.. Teorema fundamental de la Aritmética, aplicaciones.

#### **UNIDAD VI: NÚMEROS RACIONALES**

Definición de  $\mathbb{Q}$ , propiedades de cuerpo ordenado. Conjunto acotado, supremo, ínfimo. Axioma de completitud de  $\mathbb{R}$ . Teorema de arquimedianidad. Densidad de  $\mathbb{Q}$  en  $\mathbb{R}$ . Existencia en  $\mathbb{R}$  de las raíces cuadradas. Números irracionales

#### **UNIDAD VII: ANILLO DE POLINOMIOS SOBRE $\mathbb{R}$ .**

Conjunto de sucesiones de reales con "casi" todos los elementos nulos:  $S$ . Estructura de anillo sobre  $S$ . Producto externo en  $S$ . Definición de  $R[X]$ . Grado de un polinomio: definición, propiedades,  $R[X]$  como dominio de integridad. Unidades de  $R[X]$ . Divisibilidad: definiciones, teoremas, algoritmo de división en  $R[X]$ , polinomios irreducibles. Teorema fundamental de la aritmética en  $R[X]$ . Máximo común divisor: definición, teoremas, Polinomios coprimos. Especialización: definición, expresión polinomial en  $X - c$ , raíces de un polinomio, teoremas, factorización según sus raíces, número máximo de raíces de un polinomio. Teorema de Gauss, aplicación.

#### **UNIDAD VIII: NÚMEROS COMPLEJOS.**

Definición del conjunto de los números complejos( $\mathbb{C}$ ). Estructura de cuerpo sobre  $\mathbb{C}$ . La función conjugación: definición, propiedades. Norma y valor absoluto de un complejo: definición, teoremas, desigualdad triangular, corolarios. Representación de los complejos en el plano. Forma trigonométrica de un complejo. Teorema de De Moivre (producto y potencia de complejos). Polinomios complejos, raíces, teoremas. Raíces de la unidad. Teorema fundamental del Álgebra, corolarios. Potencia de complejos con exponente racional (complemento del teorema de De Moivre).

### **5. BIBLIOGRAFÍA BÁSICA Y DE CONSULTA**

#### **Básica:**

- GENTILE, E.. *Notas de álgebra I*. 4<sup>ta</sup> edición. Ed. Eudeba.(Ediciones Colihue).1988
- MONTORO, V. *Anillo de Polinomios*". Cuaderno Universitario n° 38. Centro Regional Universitario Bariloche. Universidad Nacional del Comahue. 2000.
- MONTORO, V. y JUAN, M.T. *Números Complejos*. Cuaderno Universitario n° 37. Centro Regional Universitario Bariloche. Universidad Nacional del Comahue. 2000.
- MONTORO, V. *Elementos de Lógica Proposicional*. Cuaderno Universitario n° 25. Centro Regional Universitario Bariloche. Univ. Nac. del Comahue. 1997.
- ROJO A. Álgebra I. Ed. Ateneo

#### **De consulta:**

- BIRKOFF MAC LANE. Álgebra moderna. Ed. Vicens.
- FERRARIS C. y MONTORO, V. *Los Primos de Fermat y otros parientes aritméticos*. Cuaderno Universitario n°26. Centro Regional Universitario Bariloche. Univ. Nac. del Comahue. 1997
- GENTILE, E. *Anillo de Polinomios*. Ed. Docencia. 1985.
- GENTILE, E. *Inducción y Combinatoria*: Ed. Univ. Nac. de Entre Ríos. 1986.
- BOSCH J, Int. al simbolismo lógico, Ed. Eudeba

- COPI I., Introducción a la Lógica, Ed. Eudeba
- COTLAR - SADOSKY. Introducción al Álgebra. Ed. Eudeba
- GENTILE E. Estructura Algebraica I. O.E.A
- GENTILE, E. Aritmética Elemental . Monog. n0 25. Serie Matemática. O.E.A.
- TREJO, C. Matemática elemental moderna. Ed. Eudeba.
- N. JACOBSON. Lecture in abstract Algebra. Ed. Van Nostrand
- DONALD LEWIS. Introducción al Álgebra. Harper y Row Publishers inc
- GENTILE. E . Notas de Álgebra. EUDEBA. Cursos y Seminarios de Matemática

## 6. PROPUESTA METODOLOGICA:

La materia cuenta con 10 h/sem de las cuales 5 serán teóricas y 5 prácticas (pudiendo variar según la necesidad del tema). Se desarrollarán clases teóricas expositivas, propiciando desde el docente la participación de los estudiantes. Luego en las clases prácticas se presentará, en cada una, problemas de aplicación de los conceptos estudiados, los mismos serán resueltos en forma grupal por los alumnos y puestos en común al finalizar cada clase.

## 7. EVALUACIÓN y CONDICIONES DE ACREDITACION:

**ALUMNOS REGULARES:** La evaluación de los aprendizajes consistirá en un seguimiento personalizado por parte de los docentes de cada estudiante, a fin de registrar sus avances y corregir rumbos.

Para la acreditación de la cursada se deberán aprobar 3 exámenes parciales escritos y 3 orales. Para aprobar el examen escrito, el estudiante deberá contar con el 60% de las tareas realizadas en forma correcta. Los exámenes orales consistirán en la exposición de algún ejercicio seleccionado por la cátedra y que el alumno preparará en forma domiciliaria. Ambos exámenes parciales versarán sobre resolución de problemas similares a los desarrollados en las clases prácticas. Cada parcial contará con un recuperatorio similar al mismo a realizarse una semana después de cada parcial.

Luego los alumnos con cursada aprobada deberán aprobar un examen final en las fechas que la universidad fije al respecto.

**ALUMNOS PROMOCIONALES:** Los alumnos que aprueben cada parcial en su primera instancia, con más del 70%, podrán rendir en la fecha estipulada para el recuperatorio, un examen teórico de los contenidos evaluados en el parcial correspondiente. Para la aprobación de este parcial teórico, se deberá contar con el 70% de las tareas resueltas de manera correcta. La aprobación de todos los parciales prácticos y teóricos equivale a la aprobación de la asignatura por promoción.

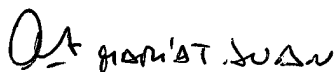
**ALUMNOS LIBRES:** Los alumnos que rindan la asignatura en la condición de libre, una vez que aprueben el examen final escrito deberán rendir un examen oral en la misma fecha que la universidad fije al respecto.

## 8. DISTRIBUCIÓN HORARIA:

**HORAS TEORICO- PRACTICAS: Lunes de 13 a 17hs.**

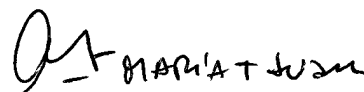
**Miércoles de 13 a 15hs**

**Jueves de 12 a 16hs**



**PROFESOR**

(firma y aclaración)



**CONFORMIDAD DEL DEPARTAMENTO**

(firma y aclaración)

  
L.I.C. MARIA JESUS SANCHEZ  
Secretaría Académica

Centro Regional Universitario Bariloche  
Dr. Luis A. Paz Soldán, 1000 Bariloche

**CONFORMIDAD DEL CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO BARILOCHE**

(firma y aclaración)