

**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL COMAHUE**  
Centro Regional Bariloche

<b>PROGRAMA DE CATEDRA:</b>	ÁLGEBRA I
<b>AÑO ACADÉMICO:</b>	2016
<b>CARRERA A LA QUE PERTENECE:</b>	Licenciatura en Matemática
<b>PLAN DE ESTUDIOS</b>	No: 187/98
<b>CARGA HORARIA SEMANAL:</b>	10 HS. SEMANALES
<b>REGIMEN:</b>	CUATRIMESTRAL
<b>CUATRIMESTRE:</b>	PRIMERO
<b>EQUIPO DE CATEDRA:</b>	PAD: Dra. Natalia N. Salva
<b>ASIGNATURAS CORRELATIVAS:</b>	NO POSEE

## 1. FUNDAMENTACIÓN:

Esta asignatura tiene como eje central el estudio de los conjuntos numéricos, comenzaremos entonces indagación acerca de cuales son las ideas presentes en los estudiantes respecto de distintos aspectos de los conjuntos numéricos que conocen.

Abordaremos inmediatamente el estudio de elementos de lógica proposicional y de teoría intuitiva de conjuntos que serán la base del lenguaje y del método algebraico. Luego se estudiarán los conceptos básicos de relaciones y funciones, los que además de estar presentes en todas las unidades, permitirán llegar al concepto de operación y de estructura algebraica, que serán los que presidan el estudio de los distintos conjuntos numéricos. Éstos, sus operaciones usuales y las propiedades que las rigen son de gran importancia en el desarrollo de la matemática en general y en todo el saber humano.

Con respecto a los conjuntos numéricos, se comenzará por introducir el conjunto de los números reales ( $\mathbb{R}$ ), en forma axiomática y según su estructura de cuerpo ordenado, para ir construyendo sus propiedades específicas desde esta perspectiva. Se le propondrá a los alumnos redescubrir la teoría de  $\mathbb{R}$  desde el punto de vista formal e integrador del álgebra actual. Luego se pondrá énfasis en los subconjuntos más notables de  $\mathbb{R}$ , como son los números naturales ( $\mathbb{N}$ ), los números enteros ( $\mathbb{Z}$ ) y los números racionales ( $\mathbb{Q}$ ). Se dará especial atención a la aritmética ya que ésta brinda un campo muy vasto de experimentación y trabajo a los alumnos, permitiéndoles con conceptos muy simples trabajar en profundidad procedimientos propios de la matemática.

La estructura de anillo estudiada en el conjunto de los números enteros permitirá introducir y formalizar el estudio de los polinomios a coeficientes reales, conceptos de indudable belleza matemática y de múltiples aplicaciones. El descubrir que los números reales no son suficientes para desarrollar la teoría de las raíces de un polinomio y con el sustento de la axiomatización del conjunto de números reales, llevará a introducir el cuerpo de números complejos, a fin de estudiar, no sólo, sus propiedades algebraicas sino algunas geométricas como así también completar el estudio de la factorización de polinomios según sus raíces.

Con todo esto los alumnos contarán con una visión global del campo del álgebra y tendrán la base para explorar en los múltiples temas que hacen al álgebra y a la matemática en general.

## 2. OBJETIVOS:

- Desarrollar el pensamiento lógico.
- Adquirir lenguaje algebraico.
- Conocer con profundidad los conjuntos numéricos y sus estructuras algebraicas.
- Adquirir un marco teórico sólido que respalde los contenidos elementales que enseñará en el nivel medio.
- Conocer el Anillo de polinomios sobre el conjunto de números reales, comparar los distintos conceptos con sus análogos en el anillo de los enteros.
- Adquirir un marco teórico sólido que respalde sus futuros estudios matemáticos.
- Adquirir una actitud creativa y razonadora frente a los problemas matemáticos.

## 3. CONTENIDOS SEGÚN PLAN DE ESTUDIOS:

Lógica Proposicional. Teoría de conjuntos. Relaciones y funciones. Números naturales. Principio de inducción completa. Principio de buena ordenación. Combinatoria. Números enteros. Divisibilidad. Algoritmo de Euclides. Teorema Fundamental de la Aritmética. Números racionales e irracionales. Axioma de Completitud. Números Reales. Números Complejos. Polinomios y ecuaciones algebraicas.

## 4. CONTENIDO PROGRAMA ANALÍTICO:

### UNIDAD I: ELEM. DE LÓGICA PROPOSICIONAL. CONJUNTOS.

Ventajas del lenguaje simbólico. Símbolos. Conectivos lógicos. Operaciones lógicas: negación, conjunción, disyunción, implicación, doble implicación, disyunción excluyente. Condición necesaria y suficiente. Ley lógica. Implicaciones asociadas. Razonamiento deductivo válido. Demostración. Contraejemplos. Teoremas: demostración indirecta, directa y por el absurdo. Funciones proposicionales, su cuantificación. Conjuntos: Concepto de conjunto. Maneras de definir un conjunto. Pertenencia. Inclusión. Propiedades. Conjuntos especiales. Igualdad entre conjuntos. Relación con la lógica proposicional. Operaciones con conjuntos. Conjunto de partes.

### UNIDAD II: RELACIONES. FUNCIONES. OPERACIONES

Par ordenado, igualdad de pares ordenados. Producto cartesiano entre conjuntos: definición, representación, propiedades. Relaciones: definición, gráfico, dominio e imagen, propiedades, relación inversa. Relaciones de equivalencia. Funciones: definición, ejemplos, notaciones, dominio, codominio, restricción y ampliación de funciones, imagen de un subconjunto del dominio, funciones inyectivas, suryectivas y biyectivas, composición de funciones, función identidad, función inversa, función inversa y biyectividad. Operaciones. Monoides. Asociatividad, neutro, inversos. Conmutatividad. Semigrupo. Semigrupo  $\text{Aplic}(X)$ . Grupos. Ejemplos.

### UNIDAD III: NÚMEROS REALES ( $\mathbb{R}$ )

Definición axiomática del conjunto de los números reales: axiomas de cuerpo, propiedades de la igualdad, axiomas de orden. Teoremas. Representación en la recta real. Valor absoluto en  $\mathbb{R}$ : definición y teoremas.

#### **UNIDAD IV: NÚMEROS NATURALES:**

Definición del conjunto de números naturales ( $\mathbb{N}$ ) como conjunto inductivo: conjunto inductivo, propiedades. Principio de inducción, criterio de demostración por inducción, teoremas. Principio de buena ordenación: primer elemento, conjunto bien ordenado. Variantes del principio de inducción. Definiciones inductivas: potencia de números reales de exponente natural, la función factorial: propiedades, números combinatorios, fórmula del binomio de Newton. Principio general de la enumeración. Intervalo natural inicial. Conjuntos finitos e infinitos. Variaciones con repetición de  $n$  elementos de orden  $k$ . Variaciones simples de  $n$  elementos de orden  $k$ . Permutaciones de  $n$  elementos. Combinaciones de  $n$  elementos tomados de  $k$ . Permutaciones con repetición. Combinatoria con elementos indistinguibles.

#### **UNIDAD V: NÚMEROS ENTEROS**

Definición de  $\mathbb{Z}$ , propiedades. Divisibilidad en  $\mathbb{Z}$ : definición, números primos, números pares, teoremas, existencia del algoritmo de división en  $\mathbb{Z}$ , máximo común divisor, existencia y unicidad del m.c.d., generalización del m.c.d, números coprimos, mínimo común múltiplo, relación del m.c.d. con el m.c.m.. Teorema fundamental de la Aritmética, aplicaciones.

#### **UNIDAD VI: NÚMEROS RACIONALES**

Definición de  $\mathbb{Q}$ , propiedades de cuerpo ordenado. Cotas, máximo, mínimo, supremo, ínfimo. Axioma de completitud de  $\mathbb{R}$ . Teorema de arquimedianidad. Densidad de  $\mathbb{Q}$  y de  $\mathbb{I}$  en  $\mathbb{R}$ . Existencia en  $\mathbb{R}$  de las raíces cuadradas. Números irracionales.

#### **UNIDAD VII: NÚMEROS COMPLEJOS.**

Definición del conjunto de los números complejos ( $\mathbb{C}$ ). Estructura de cuerpo sobre  $\mathbb{C}$ . La función conjugación: definición, propiedades. Norma y valor absoluto de un complejo: propiedades. Representación de los complejos en el plano. Forma trigonométrica de un complejo. Teorema de De Moivre (producto y potencia de complejos). Polinomios complejos, raíces, teoremas. Raíces de la unidad. Teorema fundamental del Álgebra, corolarios. Potencia de complejos con exponente racional (complemento del teorema de De Moivre).

#### **UNIDAD VIII: POLINOMIOS.**

Conjunto de sucesiones de reales con "casi" todos los elementos nulos:  $S$ . Estructura de anillo sobre  $S$ . Producto externo en  $S$ . Definición de  $R[X]$ . Grado de un polinomio: definición, propiedades,  $R[X]$  como dominio de integridad. Unidades de  $R[X]$ . Divisibilidad: definiciones, teoremas, algoritmo de división en  $R[X]$ , polinomios irreducibles. Teorema fundamental de la aritmética en  $R[X]$ . Máximo común divisor: definición, teoremas, Polinomios coprimos. Especialización: definición, expresión polinomial en  $X - c$ , raíces de un polinomio, teoremas, factorización según sus raíces, numero máximo de raíces de un polinomio. Teorema de Gauss, aplicación.

### **5. BIBLIOGRAFÍA BÁSICA Y DE CONSULTA:**

- GENTILE, E.. Notas de álgebra I. Ed. Eudeba.(Ediciones Colihue).1988
- ROJO A. Álgebra I. Ed. Ateneo

#### **BIBLIOGRAFÍA DE CONSULTA:**

- GENTILE, E. Anillo de Polinomios. Ed. Docencia. 1985.
- GENTILE, E. Inducción y Combinatoria: Ed. Univ. Nac. de Entre Ríos. 1986.
- BIRKOFF MAC LANE. Álgebra moderna. Ed. Vicens.

- TREJO, C. Matemática elemental moderna. Ed. Eudeba.
- N. JACOBSON. Lecture in abstract Algebra. Ed. Van Nostrand
- DONALD LEWIS. Introducción al Algebra. Harper y Row Publishers inc

## 6. PROPUESTA METODOLÓGICA:

De las diez horas semanales, se dictarán 6 horas teóricas (distribuidas en 2 días), y 4 horas prácticas (distribuidas en 2 días). Idealmente, las horas de practica serán a continuación de las horas de teoría, así el alumno podrá aplicar los contenidos aprendidos en clase de manera inmediata.

La asignatura consistirá en clases teóricas y clases prácticas. En las clases teóricas se desarrollarán los temas del programa de la asignatura, de manera que se ofrezca suficiente oportunidad para el razonamiento y la reflexión. Se fomentará la utilización de la lógica deductiva para demostrar cualquier afirmación. Se darán ejemplos de muchos de los conceptos involucrados y se incentivará al alumno a participar en las construcciones teóricas.


En las clases prácticas se ayudará a los alumnos que tengan dificultad en resolver por sus propios medios los ejercicios, ayudándolos a hacer sus propias demostraciones. También se expondrán explícitamente, en el pizarrón, planteos alternativos sobre algunas cuestiones vistas en la teoría. Se discutirá sobre lo resuelto para, de esta manera, hacer un análisis comparativo con lo visto y se fomentará un análisis crítico del contenido, buscando enriquecer el aprendizaje.

## 7. EVALUACIÓN Y CONDICIONES DE ACREDITACIÓN:


La evaluación consistirá en dos parciales de carácter práctico, cada uno con su correspondiente recuperatorio, y la entrega de ejercicios prácticos. Para regularizar la materia, el alumno deberá obtener una nota igual o superior a 60 sobre 100, y deberá tener aprobada la entrega de ejercicios. No se permitirá la promoción de esta materia.

Los alumnos que regularicen la materia deberán rendir un examen final práctico, en el cual se evaluarán todos los contenidos de la materia, y que al aprobarlo tendrá la oportunidad de rendir el examen final teórico, en el cual se evaluarán los teoremas más importantes dados en clase.

Los alumnos que no regularicen la materia, podrán rendir un examen final como alumno libre. Este examen final estará compuesto por un examen teórico oral, y un examen práctico. El alumno deberá aprobar ambas instancias para aprobar el examen final.

  
**PROFESOR**  
 (firma y aclaración)  
 Natalia Salva

  
**CONFORMIDAD DEL DEPARTAMENTO**  
 (firma y aclaración)  
 Marta Ferrero

  
 Lic. MARIA INES SANCHEZ  
 Secretaria Académica  
 Centro Regional Universitario Bariloche  
 Universidad Nacional del Comahue  
**CONFORMIDAD DEL CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO BARILOCHE**  
 (firma y aclaración)