UNIVERSIDAD NACIONAL DEL COMAHUE
CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO BARILOCHE

TRABAJO PRÁCTICO 2

Módulo 2: *Funciones*
Función. Dominio. Codominio. Imagen. Representación gráfica de funciones. Composición de funciones. Funciones inyectivas, sobreyectivas y biyectivas.
Funciones especiales y casos particulares:

- Función lineal: ecuación de la recta. Representación gráfica. Intersección con los ejes. Intersección de rectas. (resolución de sistemas de ecuaciones).
- Función cuadrática: ecuación de la parábola. Representación gráfica. Vértice, raíces.
- Función valor absoluto.

1) Un rombo tiene la diagonal mayor igual al doble de la menor x. Expresar:
a) El lado del rombo en función de x.
b) El perímetro del rombo en función de x.
c) El área del rombo en función de x.
d) Realiza una tabla para cada uno de los ítems a), b) y c) y representa en un sistema de coordenadas cartesianas.

2) Si x es el diámetro de una circunferencia. Expresar:
a) La longitud de la circunferencia en función de x.
b) El área del círculo en función de x.
c) Realizar una tabla para cada uno de los ítems anteriores y representar en un sistema de coordenadas cartesianas.

3) A continuación se dan en orden las imágenes de los cinco primeros números naturales (incluido el cero). Se pide encontrar en cada caso, la fórmula de una función que cumpla con estas condiciones:

a) 1 2 3 4 5	b) 0 2 4 6 8
c) 1 3 5 7 9	d) 3 6 9 12 15
e) 1 2 4 8 16	f) 3 9 27 81 243
g) 15 13 11 9 7	h) 27 23 19 15 11
i) –1 0 7 26 63	j) 1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$
k) 1 4 9 16 25	l) 2 5 8 11 14
m) 1 10 100 1000 10000	n)1 –1 1 –1 1

4) Se dispusieron los números del 1 al 36 en el siguiente cuadrado:

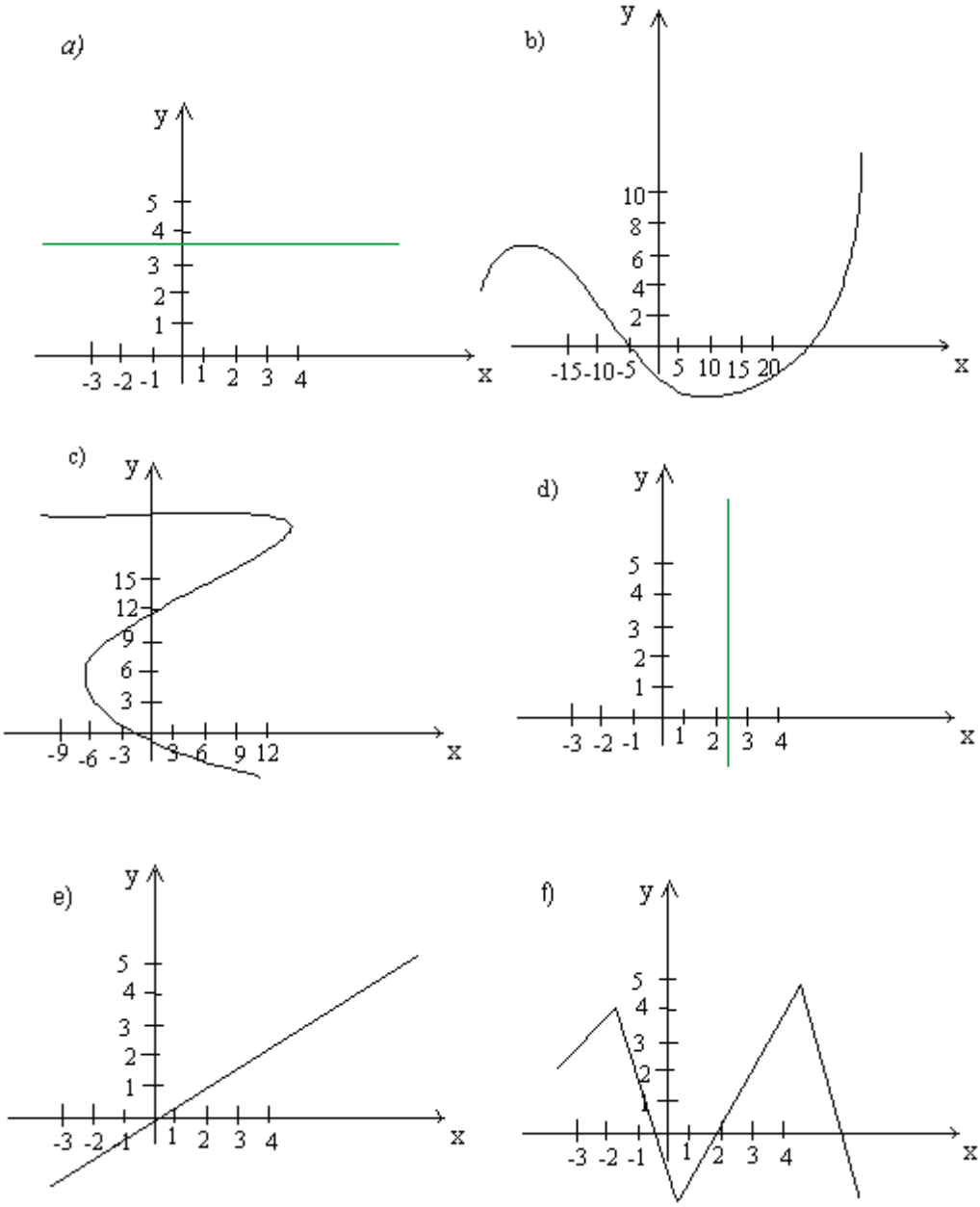
1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36

Ubicamos en este cuadrado otro cuadradito de lado = 2 unidades, como el que se dibujó en él y que puede moverse por el cuadrado grande. Para cada cuadradito se define el número C(x) como la suma de todos los números incluidos en él, donde x es el número ubicado en el extremo superior izquierdo de dicho cuadradito. Así, por ejemplo, resulta que C(2) = 22.

a) ¿Cuál es el dominio de la función C?

b) Encontrar la fórmula de la función C.
c) Calcular, si existen, C(19) y C(6).
d) Ubicar, si es posible, la C que verifica que C(x) = 106.

5) Indicar cuáles de los siguientes gráficos representan funciones. Justificar la respuesta.



6) Dadas las siguientes correspondencias, definidas de R en R:

$f_1(X) = -2\,x + 3$ $\qquad$ $f_5(X) = -1$

$f_2(X) = \dfrac{-2}{x-1}$ $\qquad$ $f_6(X) = \sqrt{x}$

$f_3(X) = 0$ $\qquad$ $f_7(X) = \sqrt[3]{x}$

$f_4(X) = -\,x^2 + 1$ $\qquad$ $f_8(X) = -\,x^2 + x$

a) Calcular $f_1(-1/2)$; $f_2(-1)$; $f_3(-1)$; $f_4(2)$; $f_5(-1)$; $f_6(0)$; $f_4(-\sqrt{2})$; $f_8(0)$.
b) Decidir para cada una si es o no función de R en R. En caso negativo, hallar el dominio para que f: dom(f) $\rightarrow$R lo sea .
c) En cada uno de los casos anteriores, clasificar en inyectiva, suryectiva y/o biyectiva.
d) Graficar f_1; f_2; f_3; f_4; f_7; f_8.

7) Considerar las siguientes correspondencias:

$f_1 : N \rightarrow R \,/\, f_1(x) = 2^x$ $\qquad$ $f_2 : R \rightarrow N \,/\, f_2(x) = 2^{x-1}$

$f_3 : N \rightarrow N \,/\, f_3(x) = 2x - 1$ $\qquad$ $f_4 : N \rightarrow N \,/\, f_4(x) = 1 - 2x$

$f_5 : R \rightarrow R \,/\, f_5(x) = 1:x$ $\qquad$ $f_6 : R \rightarrow R \,/\, f_6(x) = (x+1)^2$

a) Determinar cuáles representan funciones. En los casos negativos, halla el dominio para que f sea función.
b) Graficar f_1, f_4 y f_6.
c) Hallar las raíces de cada una.
d) Hallar la intersección de: f_3 con f_4 y de f_3 con f_6.
e) Hallar todas las composiciones posibles.

8) Si $F(x) = f(g(x))$, determinar cuál es $g(x)$ para que:

a) $F(x) = (2x^3 - 1)^2 + 1$ siendo $f(x) = x^2 + 1$

b) $F(x) = \left[1 - \frac{1}{x^4}\right]^2$ siendo $f(x) = x^3$

9) a) Hallar funciones f y h que cumplan:

f(1) = 9	f(0) = 4	f(2) = 16	f(3) = 25	f(-1) = 1
h(1) =1,5	h(0) = 1	h(2) = 2	h(3) = 2,5	h(-1) = 0,5

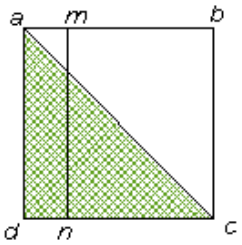
b) Representar los puntos indicados en un sistema de coordenadas cartesianas, indicar si es posible determinar una función cuya gráfica pase por esos puntos, y en los casos afirmativos, indicar una fórmula.

i) (0; 0) (1; 1) (0; 2) (-1; 3) (-2; -4)
ii) (0; 1) (1; 2) (-1; 0) (2; 9) (-2; -7)
iii) (0; 1) (1; 4) (-1; -2) (2; 7) (-2; -5)

c) Clasificar las funciones determinadas en el ítem a) y b).

10) a) En el siguiente cuadrado *abcd*, $\overline{ab} = 20$; el punto *m* se mueve sobre el lado $\overline{ab}$, de tal manera que *amnd* es un rectángulo. Llamemos x = $\overline{am}$.

Encontrar una fórmula que permita calcular el área de la figura sombreada que queda dentro del rectángulo *amnd* cuando *m* se desplaza sobre $\overline{ab}$.

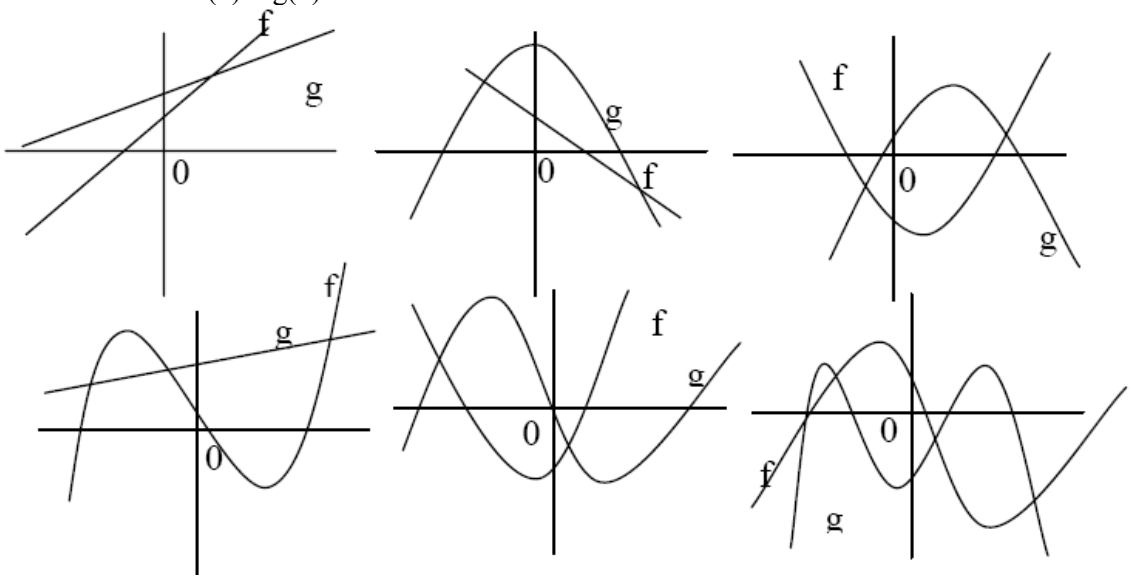


b) ¿Es el área función de x? En caso afirmativo indicar: dominio e imagen y representar en un sistema de coordenadas cartesianas.

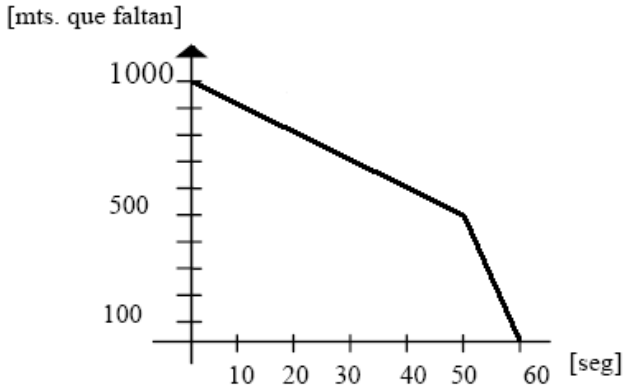
11) Graficar las siguientes funciones e indicar la imagen de cada una:

a) $f: (0 ; 5] \rightarrow R \,/\, f(x) = 2x-1$
b) $g: (-8; 0] \rightarrow R \,/\, g(x) = x^2$
c) $h: [0; 8) \rightarrow R \,/\, h(x) = x^2$
d) $j: [-3 ;3) \rightarrow R \,/\, j(x) = x^2$
e) $k: (-1 ; 1] \rightarrow R \,/\, k(x) = (x+1)^2$
f) $l: (-1 ; 1] \rightarrow R \,/\, l(x) = x^2 + 1$

12) Para cada uno de los gráficos siguientes, marcar el conjunto de elementos del dominio de ambas funciones donde $f(x) < g(x)$

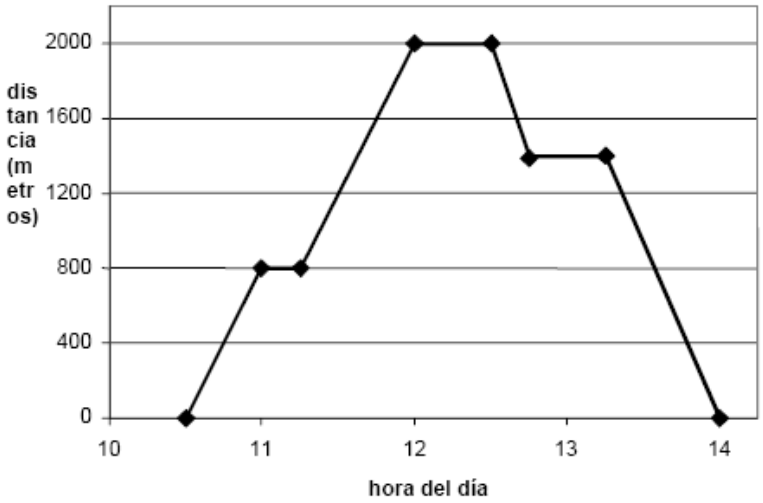


13) Un caballo de carrera debe recorrer 1000 metros en línea recta. El gráfico indica cuánto falta para llegar a medida que pasa el tiempo.



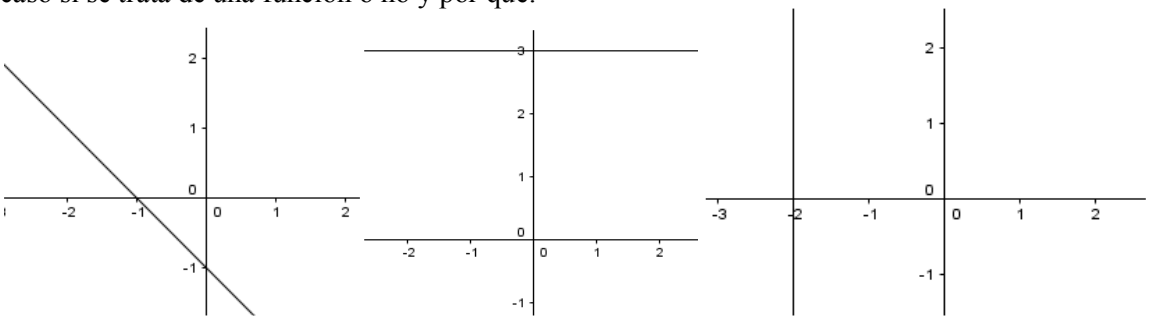
a) ¿En qué momento el caballo varió su velocidad? Ésta, ¿aumentó o disminuyó? Explicar por qué.
b) ¿Cuál fue el tiempo total que duró de la carrera?
c) Realizar un gráfico para el espacio recorrido por el caballo en función el tiempo.

14) Juan invitó a Ana a salir. Juan salió de su casa, tuvo que esperar a Ana delante la suya; después dieron un paseo y decidieron tomar una coca en el bar "El Sapo". Al salir del bar, y de vuelta a su casa, se encontraron con Jorge y Carmen. Estuvieron un buen rato parados charlando; después continuaron su camino de regreso a la casa de Ana y de ahí nuevamente a casa.
Ésta es la gráfica de la función distancia a casa de Juan vs. hora del día.



a) ¿A qué distancia está la casa de Ana de la de Juan?
b) ¿Cuánto tiempo están en el bar?
c) ¿Qué distancia hay entre la casa de Ana y el bar?
d) ¿Durante cuánto tiempo han estado hablando con sus amigos?

15) Establecer las ecuaciones de las rectas que se muestran en el siguiente gráfico. Establecer en cada caso si se trata de una función o no y por qué:



16) Determinar analíticamente si las siguientes ternas de puntos están o no alineadas. Luego graficar.
a) (-2,1), (-1,0) y (2,-2). b) (0,4), (7, -6) y (-5,11).

17) Considerar la función lineal $f(x) = -2x+1$ y la recta $y = 3$.
a) Graficarlas.
b) Establecer analítica y gráficamente los puntos de intersección de f (x) con los ejes coordenados.
c) Marcar en el eje x el intervalo donde la función f(x) es mayor que y = 3.
d) Marcar en el eje x el intervalo donde la función f(x) es menor que y = 3.
e) Establecer gráfica y analíticamente, el lugar geométrico donde f(x) e y = 3 son iguales.

18) Dados los puntos P = (2,-1) y Q = (4,7), hallar las expresiones de las siguientes rectas y representarlas gráficamente.

a) La que pasa por Q y es paralela al eje x.
b) La que pasa por los puntos P y Q.
c) La que pasa por el origen y es perpendicular a la que pasa por P y Q.
d) La que pasa por P y tiene pendiente igual a 2.

19) Los puntos a, b y c determinan un triángulo. Hallar las ecuaciones de las rectas a las que pertenecen los lados, siendo: a=(3; 2) ; b=(5; 5) y c=(6; 1).

20) Sea R_1 de ecuación y = ½ x-3.
a) Hallar las ecuaciones de las siguientes rectas:
i) R_2 paralela a R_1 y que pasa por el punto (-1; 2).
ii) R_3 perpendicular a R_1 y que pasa por el origen de coordenadas.
b) Graficar las rectas anteriores.
c) Hallar todas las posibles intersecciones de las rectas anteriores.

21) Dadas las rectas:

$$R: 2x+3y=5 \qquad S: y=\left(\tfrac{1}{2}\right)x+\tfrac{1}{2} \qquad T: 6x+9y=15 \qquad U: x=1 \qquad V: y=-1$$

a) Hallar analíticamente la solución de los sistemas que se plantean a continuación, interpreta gráficamente y clasifícalos según la cantidad de soluciones.

$$i)\begin{cases} R \\ S \end{cases} \qquad ii)\begin{cases} R \\ T \end{cases} \qquad iii)\begin{cases} R \\ S \\ U \end{cases} \qquad iv)\begin{cases} R \\ S \\ T \end{cases} \qquad v)\begin{cases} S \\ U \\ V \end{cases}$$

b) ¿Podrías haber anticipado la cantidad de soluciones de cada sistema antes de resolverlos? ¿Por qué?

22) Agrupar las siguientes rectas en conjuntos de rectas paralelas.

y = 2	y = x + 1
y = -x + 2	y = x + 4
y = 2x + 5	y = -4
x + y = 0	y - 2x = 2
x - y = 4	2x - 2y = 1

23) La recta y + 2= **m**(x + 3) pasa por el punto de intersección de las rectas cuyas ecuaciones son 2x + 3y + 5=0, 5x – 2y – 16 = 0. Calcular **m**.

24) Una empresa de micros calculó que la ganancia hecha en un viaje al interior del país es $g(x)=510-18x$ siendo x la cantidad de asientos vacíos.
a) ¿Cuál es la ganancia máxima en un viaje?
b) ¿Cuál es el número mínimo de asientos vacíos a partir del cual el viaje da pérdida?
c) Calcular el cero de la función.