UNIVERSIDAD NACIONAL DEL COMAHUE
CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO BARILOCHE

TRABAJO PRÁCTICO 3

Módulo 2: *Funciones*

- Función cuadrática: Ecuación de la parábola. Representación gráfica. Vértice, raíces. Intersección de una parábola con una recta y de parábolas (resolución de sistemas de ecuaciones no lineales).
- Funciones exponenciales y logarítmicas. Propiedades. Ecuaciones exponenciales y logarítmicas.

1) Si tiramos una piedra verticalmente hacia arriba, observamos que la piedra sube pero va disminuyendo su velocidad y en un determinado momento empieza a caer. La altura que va alcanzando está en función del tiempo que pasa desde que fue lanzada. La fórmula de ésta función es: $h = v \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$ donde v es la velocidad inicial, t es el tiempo transcurrido y g la aceleración de la gravedad $\left(g = 10 \, {}^{m}\!/_{s^2}\right)$.

a) Realizar el gráfico de la altura alcanzada por la piedra respecto del tiempo transcurrido, con una v de 30 m/s.
b) ¿Cuánto tardó en volver al suelo?
c) ¿Cuánto tardó en llegar a la altura máxima?
d) ¿Cuál fue la altura máxima alcanzada?

2) Dadas las funciones $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 4 \quad y \quad g(x) = x^2 + 7x + 10$

a) Hallar las coordenadas del vértice.
b) Hallar sus intersecciones con los ejes de coordenadas.
c) Graficarlas.

3) Hallar los posibles valores de ***m*** para que se cumpla la condición pedida en cada caso:

a) $x^2 + mx + 3 = 0$ tiene una raíz doble.
b) $2x^2 - x - m = 0$ no tiene raíces reales.
c) El gráfico de las funciones de la forma $f(x) = mx^2 - x - 1$ interseca al eje x en dos puntos.
d) El gráfico de las funciones de la forma $f(x) = -x^2 - mx - 5$ tiene contacto con el eje x pero no lo atraviesa.
e) La ecuación $x^2 + m = 0$ tiene solución en los reales.

4) En cada caso hallar analítica y gráficamente la intersección de cada recta R con la parábola P:

$a) \; P: y = 2x^2 - 3x + 1 \qquad R: y = 3x + 1$
$b) \; P: y = (x+1)^2 - 2 \qquad R: y = 2 - x$
$c) \; P: y = -x^2 + 2x + 5 \qquad R: y = 5x + 1$

5) Hallar analíticamente la intersección entre las siguientes parábolas y graficar:

$$a) \begin{cases} y = 3x^2 + 5x - 2 \\ y = 2x^2 + 3x - 1 \end{cases} \qquad b) \begin{cases} y = \frac{1}{3}x^2 + 2x - 3 \\ y = 2x^2 - 3x - 1 \end{cases} \qquad c) \begin{cases} y = 2x^2 + x \\ y = 2x^2 - 1 \end{cases}$$

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL COMAHUE
CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO BARILOCHE

6) Completar las siguientes expresiones para que sean cuadrados perfectos.

$(a)\ 9x^2+24x+\ldots$ $(b)\ x^2+2x+\ldots$ $(c)\ x^2-2x+\ldots$ $(d)\ x^2-6x+\ldots$ $(e)\ 9x^2+\ldots+16$

7) El costo para elaborar x unidades diarias de un producto es $c(x)=x^2-120x+4000$. ¿Cuántas unidades hay que producir para que el costo sea mínimo?

8) a) Graficar en un mismo sistema las funciones $f(x)=10^x$ y $g(x)=0{,}1^x$.

b) Indicar para qué valores de x resulta:

$i)\ f(x)>g(x)$ $ii)\ f(x)=g(x)$ $iii)\ f(x)<g(x)$

9) Hallar la función exponencial que pasa por los puntos (2; 6) y (1; 3).

10) Debido a la acción de un bactericida, un cultivo de bacterias comienza a decrecer de tal manera que a la hora hay 1/3 de la población inicial. En el primer conteo el número de bacterias era $9\cdot10^6$.

a) Expresar la situación con una ecuación del tipo $y=k\cdot a^x$ (k y a reales, a>0).

b) Confeccionar una tabla de valores aproximados y graficar el número de bacterias en función del tiempo.

11) Hallar una expresión que describa el crecimiento exponencial de una colonia que inicialmente es de 2000 bacterias y que se quintuplica cada 3 horas.

12) Hallar una expresión que describa el crecimiento exponencial de una población que aumenta el 12% cada 5 años, considerando una cantidad inicial de 55 millones de habitantes y graficar el número de habitantes en función del tiempo.

13) Un pueblo creció en forma exponencial de 10.000 habitantes en 1970 a 14.000 habitantes en 1980. Suponiendo que contiene el mismo tipo de crecimiento ¿cuál será la población en el año 2010?

14) Para cada una de las siguientes funciones, indicar dominio e imagen, graficar y analizar:

*- ¿En qué punto corta al eje x?
*- ¿En qué punto corta al eje y?
*- Si es creciente, o decreciente.
*- Inyectividad, sobreyectividad y biyectividad.

a) $f: R\to R / f(x) = 2^x$ *b)* $f: R\to R / g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

d) $f: R^+\to R / h(x) = \log_2 x$ *e)* $f: R^+\to R / t(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$

15) Usar las propiedades de los logaritmos para escribir la expresión como suma, resta y/o múltiplo de logaritmos.

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL COMAHUE
CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO BARILOCHE

$a)\ \ln\frac{2}{3}$ $b)\ \ln\frac{1}{5}$ $c)\ \ln\frac{xy}{z}$ $d)\ \ln\sqrt{2^3}$

$e)\ \ln\sqrt{a-1}$ $f)\ \ln\left(\frac{x^2-1}{x^3}\right)^2$ $g)\ \ln 3e^2$

$h)\ln\sqrt[5]{\frac{4x^2-1}{4x^2+1}}$ $i)\ \ln\left[\sqrt{x\sqrt{\frac{x+1}{x+2}}}\right]$ $j)\ \ln\left[\sqrt{x\sqrt{x+1}}\right]$

16) Escribir las expresiones como el logaritmo de una cantidad.

$a)\ln(x-2)-\ln(x+2)$ $b)\ 3\ln x+2\ln y-4\ln z$

$c)\ \frac{1}{3}\left[2\ln(x+3)+\ln x-\ln(x^2-1)\right]$ $d)\ 2\ln 3-\frac{1}{2}\ln(x^2+1)$

17) Resolver las siguientes ecuaciones:

$a)\ \ln x=2$ $b)\ \ln x^2=10$ $c)\ \ln x+\ln(x-3)=0$

$d)\ \log_{10}1000=x$ $e)\ \log_{10}0{,}1=x$ $f)\ \log_3 x=-1$

$g)\ x^2-x=\log_5 25$ $h)\ \log_{10}(x+3)-\log_{10}x=1$ $i)\ \log_x 27=3$

$j)\ \ln\sqrt{x+1}=2$ $k)\ 3^{2x-1}=1$ $l)\ 2^{3x}4^x=\frac{8^{x-2}}{16}$

$m)\ 2.3^x+5.3^x-3^x=6$ $n)\ 3^x+9^x=90$ $o)\ 3\left(\frac{1}{2}\right)^x-\left(\frac{1}{4}\right)^x=-4$

$p)\ e^x+e^{-x}=2$